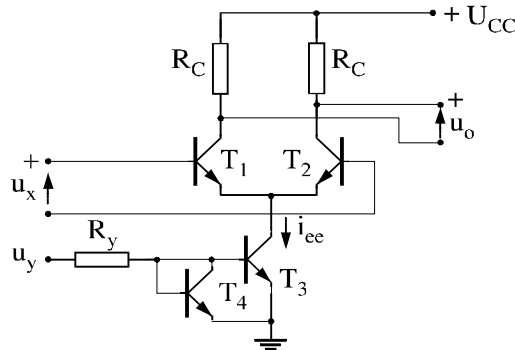


GENERATORI ANALOGNIH FUNKCIJA

1. ZADATAK: Pokazati da kolo sa slike 1.1 može služiti kao analogni množač koji množi napone u_x i u_y samo u dva kvadranta.



Slika 1.1

REŠENJE: Tranzistori T_3 i T_4 predstavljaju strujno ogledalo, tako da je ukupna emitorska struja i_{ee} diferencijalnog pojačavača, koga čine tranzistori T_1 i T_2 , jednaka struji kroz otpornik

R_y pa se stoga može pisati sledeća jednačina: $i_{ee} = \frac{u_y - u_{be3}}{R_y}$.

Naravno, da bi ova struja tekla ulazni napon u_y mora biti pozitivan i veći od napona između baze i emitora tranzistora T_3 , odnosno T_4 , što znači da ovaj množač može množiti u najviše dva kvadranta. Ako je ispunjen uslov: $u_y \gg u_{be3}$, gornja jednačina se može napisati

kao: $i_{ee} = \frac{u_y}{R_y}$, pa se kaže da kolo strujnog ogledala sa slike predstavlja konvertor napona u

struju, odnosno izlazna struja strujnog ogledala i_{ee} kontrolisana je ulaznim naponom u_y .

S druge strane, ukupna emitorska struja diferencijalnog pojačavača može se napisati:

$$i_{ee} = i_{e1} + i_{e2} \cong i_{c1} + i_{c2}.$$

Rešavanjem ove jednačine po i_{c1} , odnosno po i_{c2} dobijaju se sledeći izrazi:

$$i_{c1} = \frac{i_{ee}}{1 + \frac{i_{c2}}{i_{c1}}}, \quad \text{odnosno} \quad i_{c2} = \frac{i_{ee}}{1 + \frac{i_{c1}}{i_{c2}}}.$$

Za ulazni napon diferencijalnog pojačavača, koji svakako može biti i pozitivan i negativan, može se napisati jednačina: $u_x = u_{be1} - u_{be2}$, i ukoliko se koristi poznati izraz za napon između baze i emitora tranzistora:

$$u_{be} = U_T \cdot \ln\left(\frac{i_c}{I_{cs}}\right) = \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{i_c}{J_{cs} \cdot A}\right).$$

Pod uslovom da su tranzistori T_1 i T_2 identični, odnosno da imaju jednake inverzne struje zasićenja kolektorskih spojeva I_{cs} (imaju jednake površine emitorskih spojeva A i iste gustine inverznih struja zasićenja kolektorskih spojeva J_{cs}) za ulazni napon se može napisati:

$$u_x = U_T \cdot \ln\left(\frac{i_{c1}}{i_{c2}}\right).$$

Iz ove jednačine može se lako doći do sledećih izraza:

$$\frac{i_{c1}}{i_{c2}} = e^{\frac{u_x}{U_T}}, \quad \frac{i_{c2}}{i_{c1}} = e^{-\frac{u_x}{U_T}}.$$

Koristeći poslednja dva izraza, kolektorske struje tranzistora T_1 i T_2 su:

$$i_{c1} = \frac{i_{ee}}{1 + e^{-\frac{u_x}{U_T}}}, \text{ odnosno } i_{c2} = \frac{i_{ee}}{1 + e^{\frac{u_x}{U_T}}}.$$

Izlazni napon diferencijalnog pojačavača dat je izrazom $u_o = R_C \cdot (i_{c1} - i_{c2})$, a zamenom prethodnih izraza za kolektorske struje izlazni napon postaje:

$$u_o = R_C \cdot \left(\frac{i_{ee}}{1 + e^{-\frac{u_x}{U_T}}} - \frac{i_{ee}}{1 + e^{\frac{u_x}{U_T}}} \right).$$

Koristeći izraz: $\tanh\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{1 + e^{-x}} - \frac{1}{1 + e^x}$, izlazni napon se može napisati u obliku:

$$u_o = R_C \cdot i_{ee} \cdot \tanh\left(\frac{u_x}{2 \cdot U_T}\right), \text{ odnosno } u_o = R_C \cdot \frac{u_y}{R_y} \cdot \tanh\left(\frac{u_x}{2 \cdot U_T}\right).$$

Ukoliko je ulazni naponi $u_x \ll U_T$ izlazni napon je proporcionalan proizvodu ulaznih napona: $u_o = K \cdot u_x \cdot u_y$, sa konstantom proporcionalnosti $K = \frac{R_C}{2 \cdot R_y \cdot U_T}$.

Kao što je već rečeno, ulazni napon u_x može biti i pozitivan i negativan, a drugi ulazni napon u_y samo pozitivan te kolo sa slike 1.1, pod datim uslovima, predstavlja analogni množač koji množi u dva kvadranta.

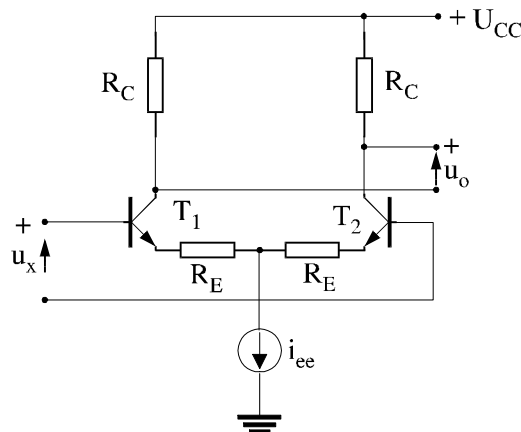
Treba napomenuti da se opseg ulaznog napona u_x u kome je izlazni napon linearno zavistan od ovog ulaznog napona povećava ubacivanjem otpornika R_E na red sa svakim od emitora tranzistora u diferencijalnom pojačavaču, kao što je prikazano na slici 1.2. Za ovo kolo se može napisati sledeća jednačina:

$$\begin{aligned} u_x &= u_{be1} + R_E \cdot i_{c1} - R_E \cdot i_{c2} - u_{be2} \\ &= (u_{be1} - u_{be2}) + R_E \cdot (i_{c1} - i_{c2}), \end{aligned}$$

i ukoliko je drugi član u poslednjem izrazu mnogo manji od prvog može se pisati približni izraz: $u_x = u_{be1} - u_{be2}$.

Medjutim, ubacivanjem otpornika R_E izvršena je degradacija emitora, a sa tim je smanjena transkonduktansa tranzistora koja sada iznosi: $g_{me} = \frac{g_m}{1 + g_m \cdot R_E}$, gde je

$$g_m = \frac{i_{ee}/2}{U_T}.$$



Slika 1.2

Kada je $g_m \cdot R_E \gg 1$, transkonduktansa tranzistora sa emitorskom degradacijom je približno $g_{me} = \frac{1}{R_E}$.

Sada se kolektorske struje tranzistora T_1 i T_2 mogu aproksimirati linearnom zavisnošću od ulaznog napona:

$$i_{c1} = \frac{i_{ee}}{2} + g_{me} \cdot u_x, \text{ odnosno } i_{c2} = \frac{i_{ee}}{2} - g_{me} \cdot u_x, \text{ respektivno.}$$

U slučaju identičnih tranzistora možemo pisati:

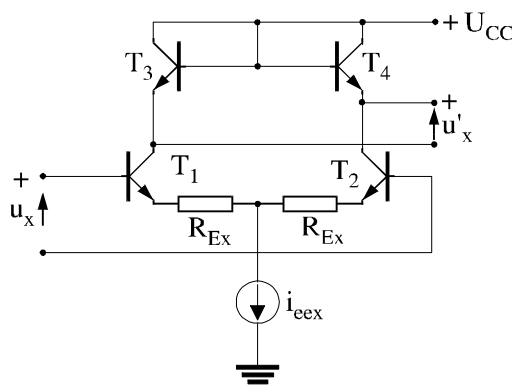
$$u_x = U_T \cdot \ln \frac{1 + \frac{g_{me} \cdot u_x}{i_{ee}/2}}{1 - \frac{g_{me} \cdot u_x}{i_{ee}/2}}.$$

Imajući u vidu prirodu funkcije \ln mora biti ispunjen uslov:

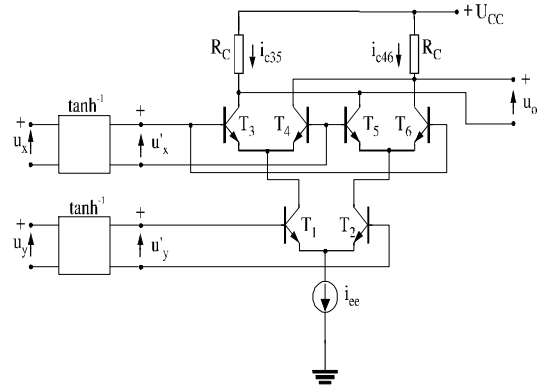
$$-1 < \frac{g_{me} \cdot u_x}{i_{ee}/2} < 1, \text{ odnosno } -\frac{i_{ee}/2}{g_{me}} < u_x < \frac{i_{ee}/2}{g_{me}}.$$

Znači, ulazni napon može biti i veći od U_T i kada je ispunjen uslov $g_m \cdot R_E \gg 1$ apsolutna vrednost ulaznog napona mora biti: $|u_x| \ll R_E \cdot \frac{i_{ee}}{2}$.

3. ZADATAK: Pokazati da se kolom sa slike 3.1 generiše funkcija $\tanh^{-1}(u_x)$ i odrediti opseg linearnosti a zatim odrediti zavisnost izlaznog napona kola sa slike 3.2 od ulaznih napona.



Slika 3.1



Slika 3.2

REŠENJE: Prilikom ove analize pretpostavićemo da su svi tranzistori identični i da imaju veliko strujno pojačanje, tj. da su bazne struje zanemarljivo male, a da su emitorske i kolektorske struje približno jednake. Za kolo sa slike 3.1 može se napisati sledeća jednačina:

$$u_x = u_{be1} + R_{Ex} \cdot i_{c1} - R_{Ex} \cdot i_{c2} - u_{be2}, \text{ odnosno } u_x = u_{be1} - u_{be2} + R_{Ex} \cdot (i_{c1} - i_{c2}).$$

Ako je ispunjen uslov $R_{Ex} \cdot \frac{i_{eex}}{2} \gg U_T$, možemo pretpostaviti da su naponi baza-emitor tranzistora T_1 i T_2 približno jednaki pa se ceo ulazni napon raspoređuje na emitorske otpornike i može se pisati sledeća jednačina: $u_x = R_{Ex} \cdot (i_{c1} - i_{c2})$.

Za kolektorske struje ovih tranzistora se može napisati i sledeći izraz: $i_{c1} + i_{c2} = i_{eex}$.

Rešavanjem poslednje dve jednačine za kolektorske struje posmatranih tranzistora dobijaju se sledeći izrazi:

$$i_{c1} = \frac{i_{eex}}{2} + \frac{u_x}{2 \cdot R_{Ex}} = \frac{i_{eex}}{2} \cdot (1 + x) \quad \text{ i } \quad i_{c2} = \frac{i_{eex}}{2} - \frac{u_x}{2 \cdot R_{Ex}} = \frac{i_{eex}}{2} \cdot (1 - x),$$

gde je sa x označen izraz: $x = \frac{u_x}{R_{Ex} \cdot i_{eex}}$.

Izlazni napon kola sa slike 3.1 dat je izrazom:

$$u'_x = u_{be3} - u_{be4} = U_T \cdot \ln\left(\frac{i_{c3}}{I_{cs3}}\right) - U_T \cdot \ln\left(\frac{i_{c4}}{I_{cs4}}\right).$$

U slučaju identičnih tranzistora T_3 i T_4 , uzimajući u obzir kaskodnu vezu tranzistora T_1 i T_3 , odnosno T_2 i T_4 , izlazni napon je:

$$u'_x = U_T \cdot \ln\left(\frac{i_{c3}}{i_{c4}}\right) = U_T \cdot \ln\left(\frac{i_{c1}}{i_{c2}}\right).$$

Zamenom izraza za i_{c1} i i_{c2} u poslednji izraz za izlazni napon se dobija: $u'_x = U_T \cdot \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$,

a koristeći poznatu relaciju $\tanh^{-1}(x) = \frac{1}{2} \cdot \ln\frac{1+x}{1-x}$ izlazni napon ima konačan oblik:

$$u'_x = 2 \cdot U_T \cdot \tanh^{-1}(x) = 2 \cdot U_T \cdot \tanh^{-1}\left(\frac{u_x}{R_{Ex} \cdot i_{eex}}\right).$$

Poznato je da x u jednačini $\tanh^{-1}(x)$ može biti u granicama $-1 < x < 1$, pa se mogu odrediti granice mogućih promena ulaznog napona i one su date sledećim uslovom:

$$-R_{Ex} \cdot i_{eex} < u_x < R_{Ex} \cdot i_{eex}.$$

Prilikom analize kola sa slike 3.2 najpre treba naći zavisnost izlaznog napona u_o od ulaznih napona u_x i u_y , koji predstavljaju izlazne napone dva identična kola čija je šema prikazana na slici 3.1. Izraz za napon u_x je već umeren, a napon u_y izrazom:

$$u_y = 2 \cdot U_T \cdot \tanh^{-1}\left(\frac{u_y}{R_{Ey} \cdot i_{eey}}\right),$$

gde napon u_y mora zadovoljiti uslov: $-R_{Ey} \cdot i_{eey} < u_y < R_{Ey} \cdot i_{eey}$.

Ovom prilikom pretpostavićemo, takodje, da su svi tranzistori identični i da imaju veliko strujno pojačanje, tj. da su bazne struje zanemarljivo male. Koristeći se izvodjenjima iz zadatka 3.1 mogu se pisati sledeći izrazi za kolektorske struje svih tranzistora:

$$i_{c1} = \frac{i_{ee}}{1 + e^{-\frac{u_y}{U_T}}}, \quad i_{c2} = \frac{i_{ee}}{1 + e^{\frac{u_y}{U_T}}},$$

$$i_{c3} = \frac{i_{c1}}{1 + e^{-\frac{u_x}{U_T}}} = \frac{i_{ee}}{\left(1 + e^{-\frac{u_x}{U_T}}\right) \cdot \left(1 + e^{-\frac{u_y}{U_T}}\right)}, \quad i_{c4} = \frac{i_{c1}}{1 + e^{\frac{u_x}{U_T}}} = \frac{i_{ee}}{\left(1 + e^{\frac{u_x}{U_T}}\right) \cdot \left(1 + e^{-\frac{u_y}{U_T}}\right)},$$

$$i_{c5} = \frac{i_{c2}}{1 + e^{\frac{u_x}{U_T}}} = \frac{i_{ee}}{\left(1 + e^{\frac{u_x}{U_T}}\right) \cdot \left(1 + e^{\frac{u_y}{U_T}}\right)}, \quad i_{c6} = \frac{i_{c2}}{1 + e^{-\frac{u_x}{U_T}}} = \frac{i_{ee}}{\left(1 + e^{-\frac{u_x}{U_T}}\right) \cdot \left(1 + e^{\frac{u_y}{U_T}}\right)}.$$

Izlazni napon diferencijalnog pojačavača je: $u_o = R_C \cdot (i_{c35} - i_{c46})$, gde su struje i_{c35} i i_{c46} date izrazima: $i_{c35} = i_{c3} + i_{c5}$, $i_{c46} = i_{c4} + i_{c6}$, respektivno.

Izlazni napon u_o , posle zamene izraza za struje i_{c3} , i_{c4} , i_{c5} i i_{c6} , postaje:

$$u_o = R_C \cdot \frac{i_{ee}}{1 + e^{-\frac{u_x}{U_T}}} \cdot \left(\frac{1}{1 + e^{-\frac{u_y}{U_T}}} - \frac{1}{1 + e^{\frac{u_y}{U_T}}} \right) - R_C \cdot \frac{i_{ee}}{1 + e^{\frac{u_x}{U_T}}} \cdot \left(\frac{1}{1 + e^{-\frac{u_y}{U_T}}} - \frac{1}{1 + e^{\frac{u_y}{U_T}}} \right),$$

odnosno,

$$u_o = R_C \cdot i_{ee} \cdot \left(\frac{1}{1 + e^{-\frac{u'_x}{U_T}}} - \frac{1}{1 + e^{\frac{u'_x}{U_T}}} \right) \cdot \left(\frac{1}{1 + e^{-\frac{u'_y}{U_T}}} - \frac{1}{1 + e^{\frac{u'_y}{U_T}}} \right)$$

Izlazni napon se na kraju može predstaviti izrazom:

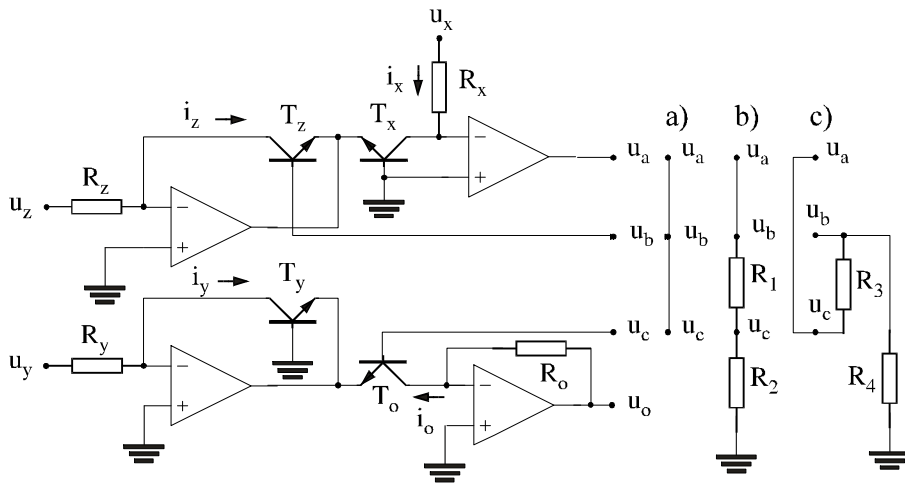
$$u_o = R_C \cdot i_{ee} \cdot \tanh\left(\frac{u'_x}{2 \cdot U_T}\right) \cdot \tanh\left(\frac{u'_y}{2 \cdot U_T}\right),$$

Koristeći napred izvedene izraze za u'_x i u'_y izlazni napon postaje:

$$u_o = \frac{R_C \cdot i_{ee}}{R_{Ex} \cdot i_{eex} \cdot R_{Ey} \cdot i_{eey}} \cdot u_x \cdot u_y.$$

Izlazni napon je proporcionalan proizvodu ulaznih napona u_x i u_y , koji naravno moraju zadovoljiti navedene uslove. Kako ovi naponi mogu biti i pozitivni i negativni, kaže se da analogni množač sa slike 3.2 množi u sva četiri kvadranta.

16. ZADATAK: Na slici 16.1 prikazana je šema integrisanog višefunkcionalnog konvertora. Odrediti zavisnost izlaznog napona u_o od ulaznih napona u_x , u_y i u_z za različite slučajeve vezivanja spoljašnjih otpornika za podešavanje eksponenta m . Prikazati način kontinualne promene eksponenta m i odrediti granice tih promena. Da li se može eksponent m kontrolisati jednosmernim naponima?



Slika 16.1

REŠENJE: Ukoliko su svi tranzistori u kolu sa slike 16.1 identični:

$$u_b = u_{bez} - u_{bex} = U_T \cdot \ln \frac{i_z}{i_x},$$

$$u_c = u_{beo} - u_{bey} = U_T \cdot \ln \frac{i_o}{i_y}$$

a s obzirom na različite mogućnosti povezivanja spoljašnjih priključaka može se napisati sledeća relacija: $u_c = m \cdot u_b$.

Korišćenjem gornjih izraza dobija se: $i_o = i_y \cdot \left(\frac{i_z}{i_x}\right)^m$.

Ako su operacioni pojačavači idealni kolektorske struje svih tranzistora date su kao:

$$i_o = \frac{u_o}{R_o}; \quad i_x = \frac{u_x}{R_x}; \quad i_y = \frac{u_y}{R_y} \quad i \quad i_z = \frac{u_z}{R_z}.$$

Izlazni napon više funkcionalnog konvertora može se napisati u obliku:

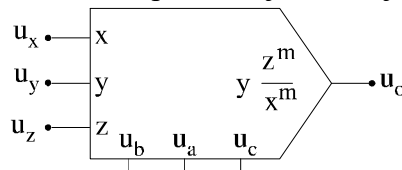
$$u_o = \frac{R_o}{R_y} \cdot \left(\frac{R_x}{R_y}\right)^m \cdot u_y \cdot \left(\frac{u_z}{u_x}\right)^m,$$

Usvajanjem $R_o=R_x=R_y=R_z$ izlazni napon postaje: $u_o = u_y \cdot \left(\frac{u_z}{u_x}\right)^m$.

Kako eksponent m predstavlja odnos napona u_c i u_b , to se za različite slučajeve povezivanja spoljašnjih otpornika označenih na slici 1. sa a , b i c može dati sledećim izrazima:

$$a.) m = 1, \quad b.) m = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1, \quad c.) m = \frac{R_3 + R_4}{R_3} > 1.$$

Višefunkcionalni konvertor se predstavlja blok dijagramom sa slike 16.2.

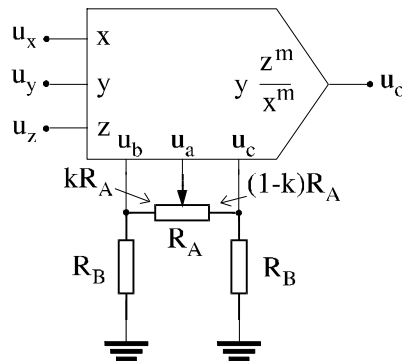


Slika 16.2

Kontinualna promena eksponenta m može se postići vezivanjem jednog potencijetra i dva otpornika prema slici 16.3.

U zavisnosti od položaja potencijetra R_A , napone u_b i u_c je moguće dati sledećim izrazima:

$$u_b = \frac{R_B}{R_B + k \cdot R_A} \cdot u_a \quad \text{i} \quad u_c = \frac{R_B}{R_B + (1-k) \cdot R_A} \cdot u_a$$



Slika 16.3

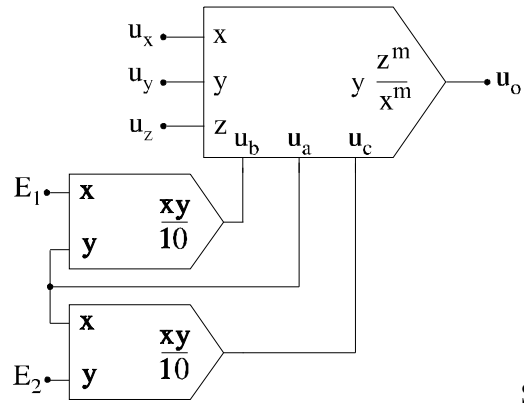
Eksponent m je u ovom slučaju:

$$m = \frac{u_c}{u_b} = \frac{R_B + k \cdot R_A}{R_B + (1-k) \cdot R_A},$$

i kreće se u granicama od $k=0$ do $k=1$, tj:

$$\text{od } m_{\min} = \frac{R_B}{R_B + R_A} \quad \text{do} \quad m_{\max} = \frac{R_B + R_A}{R_B}.$$

Vrednost eksponenta m kod višefunkcionalnog množača moguće je kontrolisati jednosmernim naponima E_1 i E_2 na način koji je prikazan na slici 16.4.



Slika 16.4

Za ovo kolo može se napisati: $u_b = \frac{E_1 \cdot u_a}{10}$ i $u_c = \frac{E_2 \cdot u_a}{10}$,

pa je eksponent m dat izrazom: $m = \frac{u_c}{u_b} = \frac{E_2}{E_1}$,

a napon na izlazu je i u ovom slučaju dat izrazom: $u_o = u_y \cdot \left(\frac{u_z}{u_x}\right)^m$.